

فصل ۲۲ جریان و مقاومت الکتریکی

جریان الکتریکی

جریان الکتریکی i در یک رسانا چنین تعریف می‌شود:

$$i = \frac{dq}{dt}$$

که در اینجا dq مقدار با مثبتی است که در زمان dt از سطح فرضی‌ای می‌گذرد که مقطع یک رسانا را قطع می‌کند. طبق قرارداد، جهت جریان الکتریکی همان جهتی در نظر گرفته می‌شود که حامل‌های بار مثبت حرکت می‌کنند. یکای SIی جریان الکتریکی آمپر (A) است: $1A = 1C/s$.

مثال: در حین 4.0 min ، جریان 5.0 A در یک سیم برقرار می‌شود. از هر مقطع عرضی این سیم (الف) چند کلون و (ب) چند الکترون می‌گذرد؟

$$\begin{aligned} q &= it \\ q &= 5.0 \times (4.0 \times 60) = 1200 \text{ C} \\ n_e &= \frac{q}{e} = \frac{1200}{1.6 \times 10^{-19}} = 7.5 \times 10^{21} \end{aligned}$$

چگالی جریان

جریان (یک نرده‌ای) با رابطه زیر به چگالی جریان (یک بردار) مربوط می‌شود

$$i = \int \vec{J} \cdot d\vec{A}$$

که در آن $d\vec{A}$ برداری عمود بر یک عنصر سطحی به مساحت dA است و انتگرال روی هر سطحی گرفته می‌شود که رسانا را قطع کند. اگر بارها مثبت باشند جهت \vec{J} در همان جهت سرعت حرکت بارهای و اگر بارها منفی باشند، در خلاف جهت آنهاست.

تندی سوق و حامل‌های بار: هرگاه میدان الکتریکی E در داخل یک رسانا برقرار شود، حامل‌های بار (که مثبت فرض شده‌اند) به تندی سوق v_d در جهت E می‌رسند؛ سرعت v_d با رابطه زیر به چگالی جریان مربوط می‌شود

$$\vec{J} = (ne)\vec{v}_d$$

که در آن ne چگالی حامل‌های بار است.

مثال: جریان کوچک ولی قابل اندازه‌گیری $1.2 \times 10^{-10} \text{ A}$ در سیمی مسی به قطر 2.5 mm جریان دارد. تعداد حامل‌های بار بر یکای حجم $8.49 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$ است. با فرض اینکه جریان یکنواخت باشد (الف) چگالی جریان و (ب) تندی سوق الکترون را محاسبه نمایید.

$$J = \frac{i}{A} = \frac{1.2 \times 10^{-10}}{\pi \left(\frac{2.5 \times 10^{-2}}{2}\right)^2} = 2.4 \times 10^{-7} \frac{\text{A}}{\text{m}^2}$$

$$J = (ne)v_d$$

$$v_d = \frac{J}{(ne)} = \frac{2.4 \times 10^{-7}}{(8.49 \times 10^{28} \times 1.6 \times 10^{-19})} = 1.7 \times 10^{-17} \text{ m/s}$$

مقاومت و مقاومت ویژه الکتریکی

مقاومت یک رسانا: مقاومت یک رسانا چنین تعریف می‌شود

$$R = \frac{V}{i}$$

که در آن V اختلاف پتانسیل دو سر رسانا و i جریان است. یکای SI مقاومت اهم (Ω) است: $1 \Omega = 1 \text{ V/A}$. معادله‌های مشابهی مقاومت‌های ویژه ρ و رسانندگی σ را تعریف می‌کنند:

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{E}{J}$$

که E بزرگی میدان الکتریکی اعمال شده است. یکای SI مقاومت ویژه اهم-متر ($\Omega \cdot \text{m}$) است.

مقاومت R یک سیم رسانا به طول L و سطح مقطع یکنواخت چنین است

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

که در آن A مساحت سطح مقطع سیم است.

مثال: سیمی از جنس نیکروم دارای طول 1.0 m و سطح مقطع 1.0 mm^2 است. این سیم حامل جریان 4.0 A است. هرگاه به دو سر آن اختلاف پتانسیل 2.0 V اعمال شود. رسانندگی نیکروم را محاسبه نمایید.

$$R = \frac{V}{i} = \frac{2.0}{4.0} = 0.5 \Omega$$

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

$$\rho = R \frac{L}{A} = 0.5 \frac{1.0}{1.0 \times 10^{-6}} = 5.0 \times 10^5 \Omega \cdot m$$

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{1}{5.0 \times 10^5} = 2.0 \times 10^{-6} \frac{1}{\Omega \cdot m}$$

قانون اهم

هر وسیله‌ی معینی (اعم از رسانا، مقاومت یا هر وسیله‌ی الکتریکی دیگری) در صورتی که از قانون اهم پیروی می‌کند که مقاومت آن، که به صورت $R = V/i$ تعریف می‌شود، مستقل از اختلاف پتانسیل اعمال شده‌ی V باشد. هر ماده‌ی معینی در صورتی از قانون اهم پیروی می‌کند که مقاومت ویژه‌ی آن مستقل از بزرگی و جهت میدان الکتریکی اعمال شده‌ی E باشد.

توان در مدارهای الکتریکی

توان P ، یا آهنگ انتقال انرژی، در یک وسیله‌ی الکتریکی که دو سر آن در یک اختلاف پتانسیل الکتریکی V ثابت نگه داشته شده، عبارت است از

$$P = iV \quad (\text{آهنگ انتقال انرژی الکتریکی})$$

اتلاف مقاومتی: اگر وسیله‌ی الکتریکی ما یک مقاومت باشد،

$$P = i^2 R = \frac{V^2}{R} \quad (\text{اتلاف مقاومتی})$$

در یک مقاومت، انرژی پتانسیل الکتریکی از طریق برخوردهای بین حامل‌های بار و اتم‌ها به انرژی گرمایی داخلی تبدیل می‌شود.

مثال: دانشجویی رادیوی $9.0 V$ و $7.0 W$ خود را با بالاترین صدا از $9:00$ صبح تا $2:00$ بعد از ظهر روشن می‌گذارد. در این صورت چقدر بار از رادیو عبور کرده است؟

$$i = \frac{P}{V} = \frac{7.0}{9.0} = 0.77 A$$

$$q = it = 0.77 \times (5 \times 60 \times 60) = 1.4 \times 10^3 C$$