

حل تمرینات و مسائل فصل چهار - حرکت در دو بعد

۱- شخصی ابتدا از مبدا به نقطه $A = 4,00\hat{i} + 3,00\hat{j}$ می‌رود سپس از آنجا به نقطه $B = -2,00\hat{i} + 2,00\hat{j}$ می‌رود. (الف) نمودار حرکت این شخص را رسم نمایید. (ب) بردارهای جابجایی را رسم نمایید. (ج) مسافت طی شده و مقدار جابجایی را محاسبه نمایید.

$$\vec{\Delta r}_1 = \vec{A} - \vec{O} = 4,00\hat{i} + 3,00\hat{j}$$

$$\vec{\Delta r}_2 = \vec{B} - \vec{A} = -6,00\hat{i} - 1,00\hat{j}$$

$$\vec{\Delta r}_{\text{کل}} = \vec{\Delta r}_1 + \vec{\Delta r}_2 = -2,00\hat{i} + 2,00\hat{j}$$

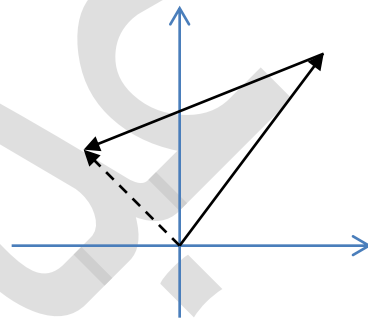
$$|\vec{\Delta r}_1| = \sqrt{4,00^2 + 3,00^2} = 5,00$$

$$|\vec{\Delta r}_2| = \sqrt{6,00^2 + 1,00^2} = 6,08$$

$$|\vec{\Delta r}_{\text{کل}}| = \sqrt{2,00^2 + 2,00^2} = 2,82$$

$$\text{مسافت طی شده} = |\vec{\Delta r}_1| + |\vec{\Delta r}_2| = 5,00 + 6,08 = 11,0$$

$$\text{مقدار جابجایی} = |\vec{\Delta r}_{\text{کل}}| = 2,82$$



۲- یک موتور سوار از مکان $A = 1,00\hat{i} + 2,00\hat{j}$ شروع به حرکت می‌کند و توسط بردار $\vec{r}_1 = -5,00\hat{i} + 3,00\hat{j}$ به مکان B می‌رسد. (الف) بردار مکان B را محاسبه نمایید. (ب) مقدار جابجایی چقدر بوده است؟

$$\vec{\Delta r} = \vec{B} - \vec{A}$$

$$\vec{B} = \vec{\Delta r} + \vec{A} = -5,00\hat{i} + 3,00\hat{j} + 1,00\hat{i} + 2,00\hat{j} = -4,00\hat{i} + 5,00\hat{j}$$

$$\text{مقدار جابجایی} = |\vec{\Delta r}| = \sqrt{5,00^2 + 3,00^2} = 5,83$$

۳- اتومبیلی برای رفتن از شهر A به شهر B، ابتداء بردار جابجایی $\Delta r_1 = 1,5 \cdot i - 2,5 \cdot j$ را طی می‌کند و سپس بردار جابجایی $\Delta r_2 = 1,0 \cdot i + 4,5 \cdot j$ را انجام می‌دهد. بردار جابجایی کل چقدر است. فاصله بین این دو شهر چقدر است؟ (مقدار بردار جابجایی).

$$\vec{\Delta r}_{\text{کل}} = \vec{\Delta r}_1 + \vec{\Delta r}_2 = 1,5 \cdot i - 2,5 \cdot j + 1,0 \cdot i + 4,5 \cdot j = 2,5 \cdot i + 2,0 \cdot j$$

$$\text{فاصله} = |\vec{\Delta r}_{\text{کل}}| = \sqrt{2,5^2 + 2,0^2} = 3,2$$

۴- در لحظه $t = 0$ ، ذره‌ای که با شتاب ثابت در صفحه XY حرکت می‌کند با سرعت $v_1 = 3,0 \cdot i - 2,0 \cdot j$ (m/s) در مبدا مختصات قرار دارد. در لحظه $t = 3,0$ s، سرعت ذره به $v_2 = 9,0 \cdot i + 7,0 \cdot j$ (m/s) می‌رسد. (الف) شتاب این ذره چقدر است. (ب) در لحظه $t = 3,0$ s، مکان ذره را بیابید.

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t} = \frac{3,0 \cdot i + 9,0 \cdot j}{3,0} = 1,0 \cdot i + 3,0 \cdot j \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)$$

$$x = \frac{1}{2} a_x t^2 + v_{x1} t + x_1 = \frac{1}{2} \times 1,0 \times 3,0^2 + 3,0 \times 3,0 + 0 = 13,5 \text{ m}$$

$$y = \frac{1}{2} a_y t^2 + v_{y1} t + y_1 = \frac{1}{2} \times 3,0 \times 3,0^2 + (-2,0) \times 3,0 + 0 = 7,5 \text{ m}$$

$$\text{مکان ذره} = \vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} = 13,5\hat{i} + 7,5\hat{j}$$

۵- ذره‌ای ابتدا در مبدا مختصات با شتاب $a = 3,0 \cdot j$ (m/s²) و سرعت $v_1 = 5,0 \cdot i$ (m/s) قرار دارد. (الف) بردار مکان و سرعت این ذره در هر لحظه، (ب) در لحظه $t = 2,0$ s را بیابید.

$$\begin{cases} \vec{a} = 3,0 \cdot j \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \\ \vec{v} = 5,0 \cdot i \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \end{cases}$$

$$\vec{v} = \vec{a} \cdot t + \vec{v}_1 = 3,0 \cdot t \cdot j + 5,0 \cdot i$$

$$\vec{r} = \frac{1}{2} \vec{a} \cdot t^2 + \vec{v} \cdot t + \vec{r}_1 = \frac{1}{2} (3,0 \cdot j) t^2 + (5,0 \cdot i) t + 0 = 1,5 \cdot t^2 \cdot j + 5,0 \cdot t \cdot i$$

$$\vec{v}(t = 2,0 \text{ s}) = 3,0 \times 2,0 \cdot j + 5,0 \cdot i = 5,0 \cdot i + 6,0 \cdot j \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

$$\vec{r}(t = 2,0 \text{ s}) = 1,50 \times 2,0^2 \hat{j} + 5,00 \times 2,0 \hat{i} = 10,0 \hat{i} + 6,00 \hat{j} \text{ (m)}$$

۶- توپی با سرعت اولیه 300 m/s با زاویه $55,0^\circ$ شلیک می‌شود. بعد از گذشت $t = 42,0 \text{ s}$ (الف) مکان x و y ذره را بیابید، (ب) در این لحظه سرعت توپ چقدر است؟

$$\begin{cases} x = v \cdot \cos \theta t + x_0 \\ y = \frac{1}{2} a_y t^2 + v \cdot \sin \theta + y_0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = 300 \times \cos 55 \times 42,0 + 0 = 7220 \text{ m} \\ y = \frac{1}{2} \times (-10,0) \times 42,0^2 + 300 \times \sin 55 \times 42,0 + 0 = 1500 \text{ m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_x = v \cdot \cos \theta \\ v_y = a_y t + v \cdot \sin \theta \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} v_x = 300 \times \cos 55,0 = 172 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \\ v_y = (-10,0) \times 42,0 + 300 \times \sin 55,0 = -174 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \end{cases}$$

۷- جعبه‌ای از یک هواپیمایی باری که با سرعت 360 km/h در حال پرواز در ارتفاع 500 m است، به صورت آزادانه رها می‌شود. این جعبه در چه فاصله‌ای از لحظه رها شدن، به زمین برخورد خواهد کرد.

$$v = 360 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 360 \div 3,6 = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\theta = 0$$

$$\begin{cases} v_y = v \cdot \sin 0 = 100 \times 0 = 0 \\ v_x = v \cdot \cos 0 = 100 \times 1 = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases}$$

$$y = -\frac{1}{2} (g) t^2 + v_y t + y_0 \rightarrow 0 = -\frac{1}{2} \times 10,0 \times t^2 + 0 \times t + 500$$

$$\rightarrow t^2 = 100 \rightarrow t = 10 \text{ s}$$

$$x = v_x t + x_0 \rightarrow x = 100 \times 10 + 0 = 1000 \text{ m}$$

۸- اگر جسمی با سرعت اولیه $5,00 \text{ m/s}$ و تحت زاویه $30,0^\circ$ نسبت به افق پرتاب شود. حداکثر ارتفاع و برد این جسم چقدر خواهد بود.

$$\begin{cases} v. = 5,00 \frac{m}{s} \\ \theta. = 30,0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v.x = v. \cos \theta. \\ v.y = v. \sin \theta. \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v.x = 5,00 \cos 30,0 \\ v.y = 5,00 \sin 30,0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v.x = 4,33 \frac{m}{s} \\ v.y = 2,50 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$v_y = -gt + v.y$$

$$v_y = 0 \rightarrow 0 = -10.t + 2,50 \rightarrow t = \frac{2,50}{10} = 0,25 \text{ s}$$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v.yt + y_0 = -\frac{1}{2} \times 10,0 \times 0,25^2 + 2,50 \times 0,25 + 0 = 0,94 \text{ m}$$

$$x = v.xt + x_0 \rightarrow x = 4,33 \times (2 \times 0,25) + 0 = 2,16 \text{ m}$$

موفق باشید - عباسزاده